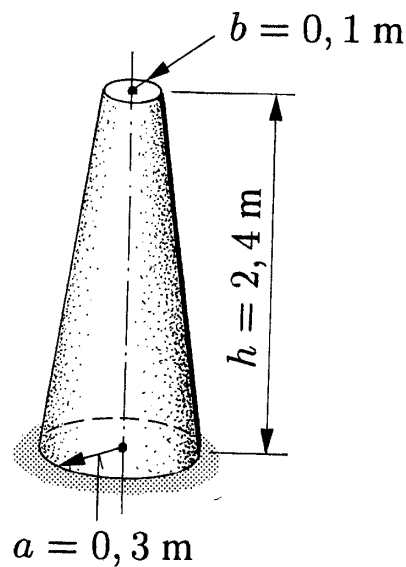


*Poutre à section variable*

Une colonne, dont la base est posée sur un plan sans frottement, a la forme d'un tronc de cône circulaire droit ; le matériau a une masse volumique  $\rho$  et un module d'élasticité  $E$ . On souhaite déterminer le déplacement vertical du sommet dû au poids propre. *Indication* : placer l'origine des axes de coordonnées à la base du cône.



1. Exprimer en fonction de la déformation  $\varepsilon(x)$  le déplacement  $u(x)$  d'un point du cône situé à une hauteur  $x$ .
2. En utilisant la loi de Hooke, relier  $\varepsilon(x)$  à la traction axiale  $N(x)$ .
3. Exprimer l'incrément de charge axiale  $dN$  en utilisant l'équilibre des forces appliquées sur un tronçon du cône d'épaisseur  $dx$ .
4. Calculer la traction axiale  $N(x)$  et vérifier qu'elle satisfait les conditions de bord à la base et au sommet du cône.
5. Calculer le déplacement au sommet du cône.
6. La contrainte axiale  $\sigma(x)$  est-elle constante le long du cône ? Est-il possible d'avoir une contrainte axiale constante dans un solide de révolution soumis *uniquement* à son poids propre ? Si c'est le cas, donner la forme générale que devrait avoir  $r(x)$ .